第27卷 第3期 工 程 数 学 学 报 Vol. 27 No. 3
2010年06月 CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS June 2010

文章编号:1005-3085(2010)03-0381-08

一类求解带随机成本的生产运输问题的线性逼近方法*

万 中, 江 卫, 阳彩霞, 王雅琳

(中南大学数学科学与计算技术学院，长沙 410083)

摘 要: 生产和运输集成计划问题在许多工业工程领域都普遍存在。要给出最优的生产和运输计划就必须考虑实际工业管理过程中存在的不确定性因素。本文研究了生产厂家的生产能力、商家的需求量和单位运输成本等因素为随机变量情况下的产品生产与运输成本问题，建立了该类问题的随机优化模型。在一定的假设条件下，推导了所建模型的确定等价类。基于问题的结构特征，提出了求解生产和运输计划的一种线性逼近方法，数值例子表明该种方法的应用前景。

关键词: 生产运输问题；随机优化模型；线性逼近方法；确定等价类

分类号: **AMS**(2000) 90C30 **中图分类号**: O221.5 **文献标识码**: A

1 引言

万中等人在文献 [1] 中建立了如下多产品多厂商的生产和运输计划模型[2,3]：

$$\begin{aligned}
\min \quad & f(x,w)=\sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{kij}x_{kij}+\sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{m}g_{ki}(w_{ki})\\
\text{s.t.} \quad & w_{ki}=\sum_{j=1}^{n}x_{kij}\le \mu_{ki}-\sigma_{ki}\phi^{-1}(\alpha_{ki}),\quad i=1,2,\cdots,m;\quad k=1,2,\cdots,l,\\
& \sum_{i=1}^{m}x_{kij}\ge \upsilon_{kj}+\varrho_{kj}\phi^{-1}(\beta_{kj}),\quad j=1,2,\cdots,n;\quad k=1,2,\cdots,l,\\
& x_{kij}\ge 0,\quad i=1,2,\cdots,m;\quad j=1,2,\cdots,n.
\end{aligned}\tag{1}$$

其目标就是要极小化生产和运输成本，其中目标函数中的第一个和式 (线性部分) 表示总的运输成本，第二个和式 (凹性成本，可分离线性或非线性部分) 表示生产厂家的总生产成本。其它记号的意义如下，l：所需要运输的产品种类；m：生产厂家的个数；n：商家的个数；w_{ki}：第 i 个生产厂家生产产品 k 的产量；$g_{ki}(w_{ki})$：第 i 个生产厂家生产 w_{ki} 所需的生产成本；c_{kij}：生产厂家 i 送到商家 j 的产品 k 的单位运输成本；x_{kij}：生产厂家 i 给商家 j 提供产品 k 的送货量，也是决策变量。

若用 a_{ki} 表示第 i 个生产厂家生产或供应产品 k 的能力，$i=1,2,\cdots,m$；b_{kj} 表示第 j 个商家对产品 k 的需求量，$j=1,2,\cdots,n$，且设 a_{ki} 和 b_{kj} 是都服从正态分布的独立随机变量，即

$$a_{ki}\sim N(\mu_{ki},\sigma_{ki}^2),\ \ b_{kj}\sim N(\mu_{kj},\upsilon_{kj}^2),\quad i=1,2,\cdots,m;\ \ j=1,2,\cdots,n;\ \ k=1,2,\cdots,l,$$

则约束条件

$$\sum_{k=1}^{l}\sum_{j=1}^{n}x_{kij}\le\sum_{k=1}^{l}a_{ki}$$

收稿日期: 2008-05-04. **作者简介**: 万中 (1966年10月生)，男，博士，教授. 研究方向：数值最优化及其应用.

***基金项目**: 教育部新世纪优秀人才支持计划 (NCET-07-0864)；国家自然科学基金 (60804037).

可转化成上述模型的第一个约束，其中 α_{ki} 是此随机不等式得到满足的置信水平。同理约束条件

$$\sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{m} x_{kij} \geq \sum_{k=1}^{l} b_{ki}$$

可转化成上述模型的第二个约束，而 β_{kj} 是相应的置信水平，$\phi^{-1}(\cdot)$ 是标准正态分布的分布函数的反函数。因此，α_{ki}，$\beta_{kj} \in [0,1]$。

本文除了把 a_{ki} 和 b_{kj} 看作随机参数外，考虑到实际中产品类型，油价涨跌，公路交通状况以及司机技能等各种因素均会影响产品的单位运输成本 c_{kij}，因而视随机参数处理更合适，我们将在文献[1-3]的基础上重新推导这类随机模型的确定型等价类(EDF)，并设计有效的求解算法。

2 多产品运输问题的CCP模型

在模型(1)中，若记

$$C' = (c_{111},\cdots,c_{11n},c_{121},\cdots,c_{12n},\cdots,c_{1m1},\cdots,c_{1mn},\cdots,c_{211},\cdots,c_{2mn},\cdots,c_{lmn}),$$

$$X' = (x_{111},\cdots,x_{11n},x_{121},\cdots,x_{12n},\cdots,x_{1m1},\cdots,x_{1mn},\cdots,x_{211},\cdots,x_{2mn},\cdots,x_{lmn}),$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 1 \\ -1 & \cdots & 0 & -1 & \cdots & 0 & \cdots & -1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & -1 & 0 & \cdots & -1 & \cdots & 0 & \cdots & -1 \end{pmatrix}, \quad E = (1,1,\cdots,1)_{1\times(lm)},$$

$$G' = (g_{11},\cdots,g_{1m},g_{21},\cdots,g_{2m},\cdots,g_{l1},\cdots,g_{lm}),$$

$$\begin{aligned} D' = \big(&\mu_{11} - \sigma_{11}\phi^{-1}(\alpha_{11}),\cdots,\mu_{1m} - \sigma_{1m}\phi^{-1}(\alpha_{1m}),\cdots,\mu_{l1} - \sigma_{l1}\phi^{-1}(\alpha_{l1}),\cdots, \\ &\mu_{lm} - \sigma_{lm}\phi^{-1}(\alpha_{lm}),\cdots,-v_{11} - \varrho_{11}\phi^{-1}(\beta_{11}),\cdots,-v_{1n} - \varrho_{1n}\phi^{-1}(\beta_{1n}),\cdots, \\ &-v_{l1} - \varrho_{l1}\phi^{-1}(\beta_{l1}),\cdots,-v_{ln} - \varrho_{ln}\phi^{-1}(\beta_{ln})\big), \end{aligned}$$

其中 U 和 D 分别是 $(lm+ln)\times(lmn)$ 和 $(lm+ln)\times 1$ 维矩阵。此时模型(1)可写出如下向量形式

$$\begin{aligned} \min\quad & F(X,G) = C'X + EG \\ \text{s.t.}\quad & UX \leq D, \\ & X \geq 0. \end{aligned} \tag{2}$$

利用机会约束规划方法[1,8,9]，模型 (2) 又可以转化成下列形式

$$\begin{aligned} \min\quad & \xi \\ \text{s.t.}\quad & P\big(F(X,G) \le \xi\big) = \gamma, \\ & UX \le D, \\ & X \ge 0. \end{aligned} \tag{3}$$

设 C 的分布函数已知，且数学期望为 $\bar{C}$，协方差矩阵为 $V_{(lmn)\times(lmn)}$，$\gamma \in [0,1]$ 是给定置信水平，则 (3) 对应的确定型等价类为

$$\begin{aligned} \min\quad & F(X,G) = \bar{C}'X + \phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X'VX} + EG \\ \text{s.t.}\quad & UX \le D, \\ & X \ge 0. \end{aligned} \tag{4}$$

下一节我们将设计求解 (4) 一种有效算法，线性逼近方法。

3　最优解的性质和线性逼近方法

模型 (4) 求解的主要困难在于单位运输成本 C 是随机参量。即使知道 C 所服从的分布，目标函数中的 $\phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X'VX}$ 和 EG 都是非线性的。为设计求解该问题的有效算法，我们先研究这类问题最优解的性质。

引理 1　设 s_1, s_2 是任意两个不同的随机变量 c_1, c_2 的方差，s_{12} 是它们的协方差，则有

$$-s_1^{\frac{1}{2}}s_2^{\frac{1}{2}} < s_{12} < s_1^{\frac{1}{2}}s_2^{\frac{1}{2}}. \tag{5}$$

证明　对任意非零二维向量 α，因为

$$(\alpha_1,\alpha_2)\begin{pmatrix} E(c_1-Ec_1)^2 & E(c_1-Ec_1)(c_2-Ec_2) \\ E(c_1-Ec_1)(c_2-Ec_2) & E(c_2-Ec_2)^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

$$= E\Big(\sum_{i=1}^{2}\alpha_i c_i(c-Ec_i)\Big)^2 > 0,$$

所以矩阵

$$\begin{pmatrix} E(c_1-Ec_1)^2 & E(c_1-Ec_1)(c_2-Ec_2) \\ E(c_1-Ec_1)(c_2-Ec_2) & E(c_2-Ec_2)^2 \end{pmatrix}$$

是正定矩阵，其所有主子式大于零，从而其对应的行列式大于零，即 $s_1s_2 > \sqrt{s_{12}}$。两边平方可得到不等式 (5)。

引理 2　对任意非负实数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，有如下不等式

$$(x_1+x_2+\cdots+x_n)^{\frac{1}{2}} < x_1^{\frac{1}{2}} + x_2^{\frac{1}{2}} + \cdots + x_n^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

成立。

根据上述两个引理，可以证明如下结论。

引理3 设 X 是问题 (4) 中的决策变量，则

$$\begin{aligned}\bar{C}'X-\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}x_q+EG &\le \bar{C}'X+\phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X'VX}+EG\\ &\le \bar{C}'X+\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}x_q+EG.\end{aligned}\tag{7}$$

记

$$F_1(X,G)=\bar{C}'X+\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}x_q+EG,\quad F_2(X,G)=\bar{C}'X-\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}x_q+EG.$$

若 f^* 是模型 (4) 的最优解，f_1^* 和 f_2^* 分别是问题

$$\begin{aligned}\min\quad & f_1(X,G)\\ \text{s.t.}\quad & UX\le D,\\ & X\ge 0\end{aligned}\tag{8}$$

和问题

$$\begin{aligned}\min\quad & f_2(X,G)\\ \text{s.t.}\quad & UX\le D,\\ & X\ge 0\end{aligned}\tag{9}$$

的最优解，则根据引理3有

$$f_2^*\le f^*\le f_1^*.\tag{10}$$

假设1 问题 (8) 存在一个有限最优解 X_1^*。

定理1 如果假设1成立，则问题 (4) 的最优解也是有限的。

证明 假设问题 (4) 的一个可行解 X_0 满足

$$\bar{C}'X_0+\phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X_0'VX_0}+EG\ge\bar{C}'X_1^*+\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}x_q^*+EG.\tag{11}$$

因为

$$\phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X_0'VX_0}+EG\le\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}x_q^*+EG,\tag{12}$$

所以

$$R_1'X_1^*\le\bar{C}'X_0+\phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X_0'VX_0}+EG\le R_1'X_0.\tag{13}$$

上式中

$$R_1'X_1^*=\bar{C}'X_1^*+\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}X_{1q}^*+EG,\quad R_1'X_0=\bar{C}'X_0+\phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn}s_q^{\frac{1}{2}}X_{0q}+EG.$$

由此可得 $R_1'X_1^* \leq R_1'X_0$。这与假设1矛盾。因此对任意一个可行解 X_0，下列不等式成立

$$\bar{C}'X_0 + \phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X_0'VX_0} + EG \leq \bar{C}'X_1^* + \phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn} s_q^{\frac{1}{2}} X_{1q}^* + EG. \tag{14}$$

假设2　问题(9)存在一个有限最优解 X_2^*。

定理2　如果假设2成立，则问题(4)的最优解也是有限的。

证明过程类似定理1的证明。

根据上述讨论，我们构造求解(4)的如下双目标线性规划子问题

$$\begin{aligned} \min\quad & f_1(X) = \bar{C}'X + \phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn} s_q^{\frac{1}{2}} x_q + EG = \sum_{q=0}^{lmn} c_{1q}x_q \\ \min\quad & f_2(X) = \bar{C}'X - \phi^{-1}(\gamma)\sum_{q=1}^{lmn} s_q^{\frac{1}{2}} x_q + EG = \sum_{q=0}^{lmn} c_{2q}x_q \\ \text{s.t.}\quad & UX \leq D, \\ & X \geq 0. \end{aligned} \tag{15}$$

通过求解子问题(15)，我们将得到问题(4)的最优解的近似解[6]。因为双目标问题(15)的每个次优解都可能是模型(4)的一个最优解，下面研究它们之间的关系。

定理3　如果 X^* 是模型(15)的一个次优解，且存在一个 ω^*，满足

$$f(x^*) = \omega^* f_1(x^*) + (1-\omega^*) f_2(x^*) = F(x^*), \tag{16}$$

则 $0.5 < \omega^* \leq 1$。

证明　由(16)，我们可以得到

$$\omega^* = \big(\bar{C}'X^* + \phi^{-1}(\gamma)\sqrt{X'^*VX^*} - f_2(X^*)\big)/\big(f_1(X^*) - f_2(X^*)\big). \tag{17}$$

令 $s^{\frac{1}{2}} = (s_1^{\frac{1}{2}}, \cdots, s_n^{\frac{1}{2}})$，于是有

$$f_1(x^*) = \bar{C}'X^* + \phi^{-1}(\gamma)s^{\frac{1}{2}}X^* + EG, \tag{18}$$

$$f_2(x^*) = \bar{C}'X^* - \phi^{-1}(\gamma)s^{\frac{1}{2}}X^* + EG, \tag{19}$$

所以

$$\omega^* = \big(s^{\frac{1}{2}}X^* + (X'^*VX^*)^{\frac{1}{2}}\big)/(2s^{\frac{1}{2}}X^*). \tag{20}$$

因为 $X'^*VX^* < s^{\frac{1}{2}}X^*$，所以 $u = X'^*VX^*/2s^{\frac{1}{2}}X^* < 0.5$。于是 $\omega^* = \frac{1}{2} + u$ 大于0.5但不超过1。定理3得证。

定理4　模型(4)的最优解属于模型(15)的次优解集。

证明　设模型(4)的目标函数的最优解是 X^*，且存在一个 ω^*，使得 X^* 在等式(17)成立，又设存在 X' 是下列模型的解

$$\begin{aligned} \min\quad & f_1(X) + f_2(X) = 2\bar{C}'X + 2EG \\ \text{s.t.}\quad & UX \leq D, \\ & f_1(x) \leq f_1(x^*), \\ & f_2(x) \leq f_2(x^*), \\ & X \geq 0. \end{aligned} \tag{21}$$

在模型 (21) 中，$f_1(x^*)$ 和 $f_2(x^*)$ 是模型 (4) 在最优解处的函数值，而模型 (21) 的最优解 X' 是属于模型 (15) 的有效解的解集之中。因为 X' 是模型 (4) 的可行解，且满足下列两个不等式

$$f_1(x') \le f_1(x^*), \tag{22}$$

$$f_2(x') \le f_1(x^*). \tag{23}$$

令

$$F(x) = \omega_1 f_1(x) + (1-\omega_1) f_2(x), \tag{24}$$

其中

$$\omega_1 = \frac{1}{2} + \frac{(X'VX)^{\frac{1}{2}}}{(2s^{\frac{1}{2}}X)}, \quad \omega_2 = 1 - \omega_1,$$

因此可得

$$F\big[f_1(x'), f_2(x')\big] \ge F\big[f_1(x^*), f_2(x^*)\big]. \tag{25}$$

于是

$$F(X') = f(X') \ge F(x^*) = f(x^*), \tag{26}$$

又因为 x^* 是模型 (4) 的最优解，所以 $x^* = X'$。于是定理 4 成立。

引理 4 目标函数 $f(x)$ 在可行域 $H = \{UX \le D, X \ge 0\}$ 上的最优解不小于 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 在可行域 H 上的算术平均数，即

$$f(x^*) \ge \frac{1}{2}(f_1^* + f_2^*) \ge \frac{1}{2}\big(f_1(x^*) + f_2(x^*)\big).$$

证明从略。

定理 5 在可行域 H 上，相对于 $f_2(x)$ 而言，$f(x)$ 的最优解更加接近 $f_1(x)$ 的最优解。

证明 令 $D_1 = |f(x^*) - f_1^*|$, $D_2 = |f(x^*) - f_2^*|$，只要证明 $D_1 \le D_2$ 成立。假设 $D_1 \le D_2$ 不成立，则 $D_1 > D_2$，即有 $|f(x^*) - f_1^*| > |f(x^*) - f_2^*|$。因为 $f_2(x^*) < f_2^* < f(x^*)$，$f_1(x^*) > f_1^* > f(x^*)$，所以 $-f(x^*) + f_1^* > f(x^*) - f_2^*$。这时 $2f(x^*) < f_2^* + f_1^*$，从而与引理 4 矛盾，于是假设不成立，即定理 5 成立。

定理 4 表明模型 (4) 的解可以通过求解模型 (15) 的次优解集求出，但求解模型 (15) 的次优解集需要花费一定的时间。我们可以利用一个折中函数来说明求解的过程在何种状态之下可以停止，这个函数可以定义为

$$g(x) = \frac{\omega_1}{\Big(\sum\limits_{q=0}^{lmn} c_{2q}x_q\Big)^{\frac{1}{2}}}\Big(\sum_{q=0}^{lmn} c_{2q}x_q - f_2^*\Big) - \frac{\omega_2}{\Big(\sum\limits_{q=0}^{lmn} c_{1q}x_q\Big)^{\frac{1}{2}}}\Big(\sum_{q=0}^{lmn} c_{1q}x_q - f_1^*\Big), \tag{27}$$

ω_1, ω_2 是 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 规范化后的权重系数，且 $\omega_1 + \omega_2 = 1$。由 (27) 式知 $g(x)$ 仍然是一个线性函数。若将 $g(x) = 0$ 为约束条件 (不妨称之为折中条件)，则最优解能够保证 $g(x) = 0$，且在这种情况下在寻求模型 (4) 的次优解的过程当中折中条件的个数是有限的。

4 算法描述和算例

根据上述讨论，我们可以设计如下求解原问题的算法。该算法由两部分组成。

第一部分如下：

步骤1 写出线性规划模型(8),(9)的具体表达式；

步骤2 求解线性规划模型(8),(9)的最优解x_1^*，x_2^*。

第二部分如下：

设ω_l，ω_u分别是权重系数ω的一个下界和一个上界，e是精确度，k是确认模型(4)的次优解的计算次数。依次执行如下步骤：

步骤1 设$k=0$; $\omega_l=0.05, \omega_u=0.99, \omega=\omega_u, D\omega=\frac{0.05}{I}, e=0.00001$和$F_k=f(x_1^*)$，然后执行步骤2；

步骤2 设$k=k+1$，写出$g(x)$的具体表达式，且$g(x)=0$,

$$g(x)=\frac{\omega_1}{\left(\sum\limits_{q=0}^{lmn}c_{2q}x_q\right)^{\frac{1}{2}}}\left(\sum_{q=0}^{lmn}c_{2q}x_q-f_2^*\right)-\frac{\omega_2}{\left(\sum\limits_{q=0}^{lmn}c_{1q}x_q\right)^{\frac{1}{2}}}\left(\sum_{q=0}^{lmn}c_{1q}x_q-f_1^*\right),$$

再执行步骤3；

步骤3 求解如下问题

$$\begin{aligned}&\min \quad f_1(X)\\&\text{s.t.} \quad UX\le D,\quad g(x)=0,\quad X\ge 0.\end{aligned}\tag{28}$$

用X_c^*表示模型(28)的最优解，令$F_k=f(X_c^*)$，执行步骤4；

步骤4 如果$F_k>F_{k-1}$，设$\omega_l=\omega_k', \omega_u=\omega_{k-2}', Dw=\frac{1}{2}D\omega, \omega_1=\omega_4-D\omega$，执行步骤2；否则执行步骤5；

步骤5 如果$F_k-F_{k-1}\le e$，则达到近似最优解；否则执行步骤6；

步骤6 计算$\omega_l=\omega_1-D\omega, \omega_k'=\omega_l$。如果$\omega_1\le 0.5$，令$Dw=\frac{1}{2}D\omega$，执行步骤1；否则执行步骤2。

利用上述算法我们求解一个含有4个工厂，3个销售地，2种产品，且生产力，需求量和单位运输成本都是随机的生产和运输计划问题，其中取$\gamma=0.95$，两种产品的单位运输成本期望和方差如下

$$\bar{C}=(22,24,31,33,35,28,35,40,37,27,39,31,37,31,35,31,43,28,35,27,26,29,35,35),$$

$$S=(1,2,2,1,2,1,1,1,2,1,1,1,1,2,1,2,1,1,1,1,2,2,1,2).$$

若令凹性生产成本函数$g_{ki}=200\times(w_{ki})^{0.6}$，利用Lingo 8.0求解可以求出模型(8),(9)的解为$f_1^*=29494.8$，$f_2^*=27763.7$。再利用第二部分的算法分别取不同的权重系数可计算出$f^*=29013.5$，当γ取不同的值时，求解的结果如表1。

表1: 不同置信水平下线性逼近法的数值结果

γ	$\Phi^{-1}(\cdot)$	f	γ	$\Phi^{-1}(\cdot)$	f	γ	$\Phi^{-1}(\cdot)$	f
0.50	0	26150.2	0.90	1.285	27709.7	0.96	1.755	29368.5
0.80	0.845	26359.4	0.92	1.405	27990.4	0.97	1.885	29772.1
0.85	1.035	27247.7	0.94	1.555	28128.3	0.98	2.055	29813.5
0.88	1.175	27377.9	0.95	1.645	29013.5	0.99	2.325	30186.4

参考文献：

[1] 万中，阳彩霞，江卫等. 生产运输成本问题的随机优化模型及新的求解途径[J]. 模糊系统与数学，2009, 23(3): 145-151
Wan Z, Yang C X, Jiang W, *et al.* Stochastic optimization to the cost problem of production and transportation and its solution[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2009, 23(3): 145-151
[2] Konno H, Egawa T. Computational studies on large scale concave cost transportation problems[J]. Pacific Journal of Optimization, 2006, 2(2): 327-339
[3] Yahia Z M, Ahmad Daneshmand. A linear approximation method for solving a special class of the chance constrained programming problem[J]. European Journal of Operational Research, 1995, 80: 213-225
[4] Kataoka S. A stochastic programming model[J]. Econometrica, 1963, 31: 181-196
[5] Miller B L, Wagner H M. Chance-constrained programming with joint constraints[J]. Operations Research, 1965, 13: 930-945
[6] Adulbham P, Tabucanon M T. Bicriteria linear programming[J]. Computers and Operations Research, 1977, 4: 147-153
[7] Hillier F S. Chance-constrained programming with 0-1 or bounded continuous decision variables[J]. Management Science, 1967, 14: 34-57
[8] Birge J R, Louveaux F. Introduction to Stochastic Programming[M]. New York: Springer-Verlag, 1997
[9] 刘宝碇，赵瑞清. 随机规划与模糊规划[M]. 北京：清华大学出版社，2001
Liu B D, Zhao R Q. Stochastic Programming and Fuzzy Programming[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001

Linear Approximation Algorithm for Production and Transportation Schedule Problems with Stochastic Cost

WAN Zhong, JIANG Wei, YANG Cai-xia, WANG Ya-lin

(School of Mathematics Sciences and Computing Technology,
Central South University, Changsha 410083)

Abstract: The integrated production and transportation scheduling problems are very common in many fields of industrial engineering. An optimal scheme of production and transportation should be involved with some nondeterministic behaviors existing in the industrial management. In this paper, we construct a stochastic optimization model for production and transportation scheduling problem, where all of the capacities of production and transportation, the cost and the demand are stochastic. Under some settings, we derive the deterministic equivalent formulation of the original problem. Based on the structural features of the model, we have developed a linearization approximation algorithm for this class of problems. Numerical examples show that both the proposed model and the solution method are promising.

Keywords: production and transportation scheduling problem; stochastic optimization model; linearization approximation method; deterministic equivalent formulation

Received: 04 May 2008. **Accepted:** 18 Nov 2009.
Foundation item: The New Century Excellent Talents in University (NCET-07-0864); the National Natural Science Foundation of China (60804037).